

A. Winkler, M. Bartz, S. Wartack

## Verschleißsimulation grenz- und mischreibungsbefahter Wälzkontakte

### Zusammenfassung:

Im Rahmen dieses Beitrags wird ein allgemeingültiges Vorgehensmodell zur numerischen Verschleißberechnung von Wälzkontakten vorgestellt. Das Simulationsmodell von Winkler [1] wird um die Möglichkeit erweitert, neben mischreibungsbefahten Kontakten auch grenzreibungsbefahte Kontakte zu berücksichtigen. Am Beispiel eines Axial-Zylinderrollenlagers werden Ergebnisse der Verschleißmodellierung sowohl im Mischreibungsgebiet als auch im Grenzreibungsgebiet präsentiert.

### Abstract:

This contribution presents a generally applicable approach for the numerical wear calculation of rolling-sliding contacts. The simulation model of Winkler [1] is extended to include contacts subject to boundary lubrication in addition to contacts subject to mixed lubrication. Using the example of an axial cylindrical roller bearing, wear-modeling results of the mixed and boundary lubrication regime are illustrated.

## 1. Einleitung

Der zunehmende Einsatz niedrigviskoser Schmierstoffe zur Reduzierung der Reibung in Maschinenelementen wie Wälzlagern führt zu einem verstärkten Betrieb im Misch- oder Grenzreibungsgebiet. Der damit einhergehende Verschleiß kann zu einem verfrühten Ausfall solcher tribologisch hoch beanspruchten Systeme führen. In diesem Zusammenhang bietet die detaillierte Verschleißsimulation ein großes Potenzial für die Auslegung von Maschinenelementen: Zum einen lassen sich mit ihrer Hilfe Betriebsbedingungen mit einer unerwünscht hohen Verschleißrate gezielt vermeiden. Zum anderen ermöglicht sie die Abschätzung von Lebensdauern sowie die Optimierung des Einlaufprozesses.

Im Rahmen dieses Beitrags wird ein allgemeingültiges Vorgehensmodell zur Verschleißsimulation misch-, grenz- und trockenreibungsbefahter Maschinenelemente vorgestellt. Das Mischreibungs-Simulationsmodell basiert auf einer erweiterten EHD-Simulation mit indirekter Kopplung der Makro- und Mikrohydrodynamik wohingegen die Kontaktberechnung im Grenz- und Trockenreibungsgebiet auf einer numerisch stabileren FEM-basierten Berechnung der Pressungen mithilfe des Penalty-Kontaktalgorithmus' beruht. Zur Beschleunigung der Rechenzeit werden die Geometrien sowie die mechanischen Eigenschaften von Grund- und Gegenkörper jeweils in einen äquivalenten Ersatzkörper überführt.

## 2. Stand der Forschung

Die simulationsunterstützte Berechnung von Verschleiß ermöglicht eine detaillierte ortsaufgelöste Erfassung der Kontaktdrücke und des Verschleißes. Es lässt sich zwischen Simulationsmodellen unterscheiden, die Verschleiß in trockenen Kontakten betrachten und Modellen, die den Verschleiß in geschmierten Tribosystemen analysieren.

PÖDRA [2] entwickelte ein Simulationsmodell zur Berechnung des Verschleißes in trockenen Zylinder/Ebene- und Kugel/Ebene-Kontakten auf Grundlage des Verschleißmodells nach ARCHARD [3]. Die Berechnung des Kontaktdrucks basierte auf der WINKLERSchen Bettung. Weiterhin veröffentlichte PÖDRA [4] ein FEM-basiertes Simulationsmodell zur Verschleißberechnung am Beispiel eines Stift/Scheibe-Tribometers.

HEGADEKATTE [5] publizierte eine FEM-basierte Verschleißsimulation sowohl für den trockenen Stift/Scheibe-Kontakt als auch den trockenen 2-Scheiben-Kontakt. Zur Berücksichtigung der Verschleißtiefe in der Kontaktberechnung nutzte HEGADEKATTE die in der FEM-Software ABAQUS implementierte Subroutine UMESHMOTION.

SFANTOS [6] schlug eine Simulation auf Grundlage der Randelementmethode (BEM) für trockenen Gleitverschleiß basierend auf dem Verschleißmodell von ARCHARD vor, die sowohl auf einen Stift-Scheibe-Kontakt als auch auf ein Verschleißproblem in der Hüftendoprothetik angewendet wurde.

ANDERSSON [7] stellte eine numerische Verschleißsimulation für den Kugel/Ebene-Kontakt auf und setzte zur Kontaktberechnung auf einen Halbraumansatz nach LIU [8], welcher auf *diskreter Faltung* und *Fourier-Transformation* (DC-FFT) beruht.

MORALES-ESPEJEL [9] veröffentlichte zuletzt ein Simulationsmodell für das Beispiel eines Axial-Zylinderrollenlagers, welches es ermöglicht, die lokale Verschleißtiefe auf Grundlage einer trockenen Kontaktsimulation und zudem die Ermüdungslebensdauer durch Schadensakkumulation nach PALMGREN zu berechnen.

Die bisher genannten Ansätze erlauben eine Verschleißmodellierung an nicht-geschmierten Kontakten. Im Folgenden wird auf ausgewählte Modelle der Verschleißsimulation geschmierter Tribosysteme eingegangen.

ZHU [10] entwickelte einen Ansatz für die numerische Verschleißberechnung in geschmierten Kontakten, der auf einem deterministischen elastohydrodynamischen Mischreibungmodell basiert. Die Oberflächentopographie wurde direkt in die Schmierfilmhöhengleichung einbezogen und das Verschleißvolumen nach ARCHARD bestimmt.

TERWEY [11, 12] implementierte ein auf der Halbraumtheorie basierendes Kontakt- und Verschleißmodell für grenz- und mischreibungsbehaftete Wälzkontakte unter deterministischer Berücksichtigung der Oberflächenrauheit. Der Kontaktdruck wurde durch eine Kopplung eines elastischen Halbraummodells mit empirischen Schmierfilmhöhengleichungen nach [13] bestimmt. Der Verschleißkoeffizient nach ARCHARD wurde auf Basis schädigungsmechanischer Berechnungen ermittelt.

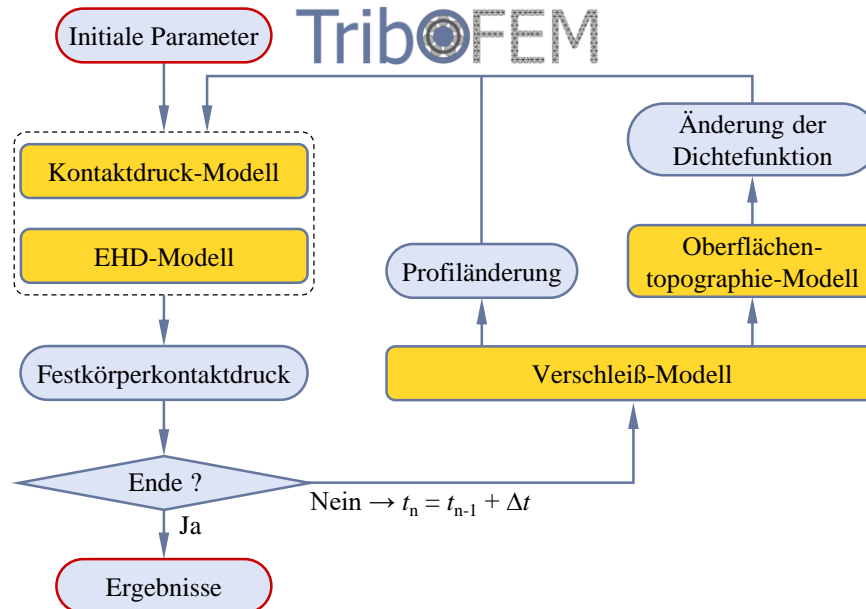
BEHESHTI und KHONSARI [14] stellten einen stochastischen Ansatz zur Verschleißberechnung in thermo-elastohydrodynamischen Linienkontakten vor. Der Verschleißkoeffizient nach ARCHARD wurde wiederum durch schädigungsmechanische Berechnungen und der Kontaktdruck durch eine Kopplung empirischer Schmierfilmhöhengleichungen nach [13] mit einem stochastischen Kontaktdruckmodell nach KOGUT und ETSION [15] ermittelt.

ZHANG [16] untersuchte die Verschleiß- und Rauheitsentwicklung in einem mischreibungsbehafteten Linienkontakt und koppelte zur Berechnung des Kontaktdrucks das stochastische Kontaktmodell nach KOGUT und ETSION [15] mit einem Finite-Differenzenbasierten EHD-Modell. Weiterhin wurde die verschleißbedingte zeitliche Änderung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des Oberflächenprofils anhand des Verschleißmodells nach SUGIMURA und KIMURA [17] berechnet. Der lokale Verschleiß auf makroskopischer Ebene wurde ebenfalls nach dem Verschleißgesetz von ARCHARD bestimmt.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass einerseits Simulationsmodelle zur Verschleißberechnung in trockenen und andererseits in geschmierten Kontakten entwickelt wurden. Dabei mangelt es an ganzheitlichen Methoden zur Verschleißberechnung über alle Reibungsregime hinweg. Aus diesem Grund wird in diesem Beitrag ein Ansatz zur numerischen Verschleißmodellierung vorgestellt, welcher sowohl im Mischreibungsgebiet als auch im Grenz- und Trockenreibungsgebiet angewendet werden kann und auf einer indirekten Kopplung der Makro- und Mikrohydrodynamik im Bereich der Mischreibung beruht.

### 3. Verschleißmodellierung im Mischreibungsgebiet

Bild 1 zeigt den schematischen Simulationsablauf der numerischen Verschleißmodellierung im Mischreibungsgebiet.



**Bild 1: Simulationsablauf (Mischreibung)**

#### 3.1. EHD-Modell

Die EHD-Simulation wird, basierend auf einem Ansatz von HABCHI [18], mittels kommerzieller FEM-Software umgesetzt. Hierbei ist die REYNOLDS-Differentialgleichung

$$\begin{aligned}
 & \overbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\rho(p_h) \cdot h(x, y)^3}{12 \cdot \eta(p_h)} \frac{\partial p_h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\rho(p_h) \cdot h(x, y)^3}{12 \cdot \eta(p_h)} \frac{\partial p_h}{\partial y} \right)}^{\text{Druckterm}} = \\
 & = \underbrace{\frac{\partial}{\partial x} \left( \rho(p_h) \cdot h(x, y) \cdot \frac{u_1 + u_2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \rho(p_h) \cdot h(x, y) \cdot \frac{v_1 + v_2}{2} \right)}_{\text{Geschwindigkeitsterm}}
 \end{aligned} \quad (1)$$

gemeinsam mit der Schmierfilmhöhengleichung

$$h(x, y, t) = h_0(t) + s_0(x, y) + h_{\text{wear}}(x, y, t) + \delta_{\text{elastic}}(x, y, t) \quad (2)$$

unter Erfüllung des Kräftegleichgewichts

$$F = \int_{\Omega_c} p_{\text{total}}(x, y) d\Omega_c = \int_{\Omega_c} [p_h(x, y) + p_a(x, y)] d\Omega_c \quad (3)$$

und unter Beachtung der Druckabhängigkeit von Schmierstoffdichte und Schmierstoffviskosität zu lösen.

Die klassische EHD-Simulation wird im vorliegenden Fall durch die Kopplung mit einem stochastischen Kontakttdruck-Modell um das Mischreibungsgebiet erweitert, sodass der Anteil des Festkörperkontakts am gesamten Kontakttdruck ermittelt und für die Verschleißberechnung herangezogen werden kann.

### 3.2. Kontaktdruck-Modell

Im Rahmen dieses Beitrags wird das GREENWOOD/WILLIAMSON-Kontaktdruckmodell [19] verwendet, um den Festkörperkontaktdruck  $p_a$  in Abhängigkeit von der Schmierfilmhöhe zu bestimmen:

$$p_a = \frac{4}{3} \cdot \eta \cdot E' \cdot \beta^{0.5} \cdot \int_d^{\infty} (z_s - d)^{1.5} \phi_s(z_s) dz_s \quad (4)$$

Darin bezeichnen  $\eta$  die Asperitendichte,  $\beta$  den Krümmungsradius der Asperiten und  $\phi_s$  die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Höhen von Rauheitsspitzen. Eine Umrechnung zwischen der Dichtefunktion der Rauheitsspitzen  $\phi_s$  und der Dichtefunktion des Oberflächenprofils  $\phi$  ist über folgende Abschätzung möglich:

$$\phi_s(z_s) \approx \frac{\sigma}{\sigma_s} \cdot \phi\left(\frac{\sigma}{\sigma_s} \cdot z_s\right) \quad (5)$$

wobei  $\sigma_s$  die Standardabweichung der Höhen der Rauheitsspitzen und  $\sigma$  die Standardabweichung der Höhen des gesamten Oberflächenprofils darstellen.

### 3.3. Verschleißmodell

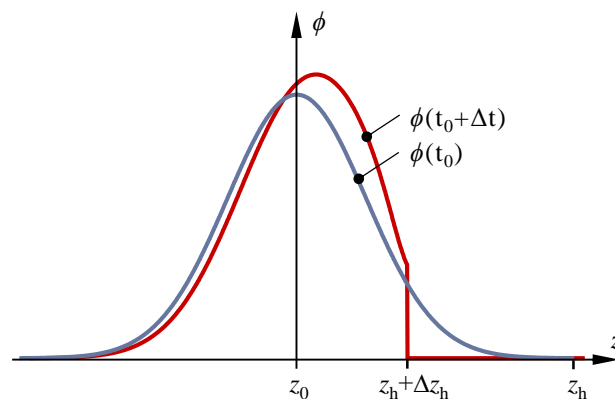
Die lokale Verschleißtiefe wird anhand des Verschleißmodells nach ARCHARD [3] bestimmt.

$$h_{\text{wear}}(x, y) = k \cdot s(x, y) \cdot p_a(x, y) \quad (6)$$

Da zur Verschleißberechnung lediglich der Festkörperkontaktdruck herangezogen wird, ist der Verschleißkoeffizient  $k$  somit unabhängig von der tatsächlich vorhandenen Schmierfilmhöhe und im Grenzreibungsgebiet zu bestimmen.

### 3.4. Oberflächentopographiemodell

Als Oberflächentopographie-Modell wird das Modell nach SUGIMURA und KIMURA [17] implementiert, welches es erlaubt die zeitliche Änderung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des Oberflächenprofils in Abhängigkeit der Verschleißtiefe zu berechnen, siehe Bild 2.

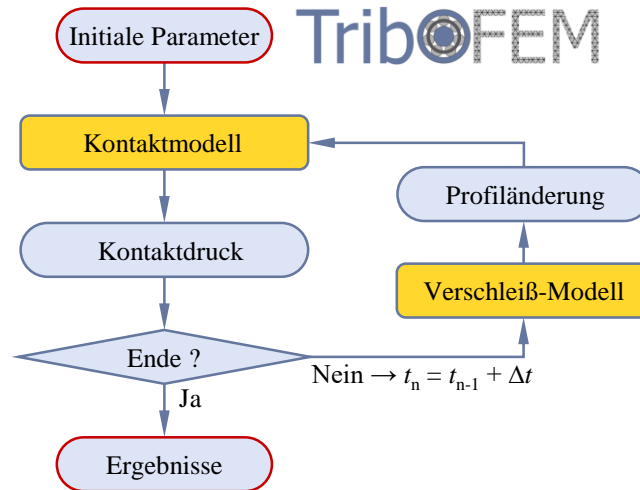


**Bild 2: Qualitative Darstellung der zeitlichen Änderung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $\phi$**

Die angepasste Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des Oberflächenprofils  $\phi$  wird anschließend in die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Rauheitsspitzen  $\phi_s$  nach Gl. (5) umgerechnet und als Eingangsgröße für das GREENWOOD/WILLIAMSON-Kontaktmodell im folgenden Berechnungsschritt verwendet.

#### 4. Verschleißmodellierung im Grenzreibungsgebiet

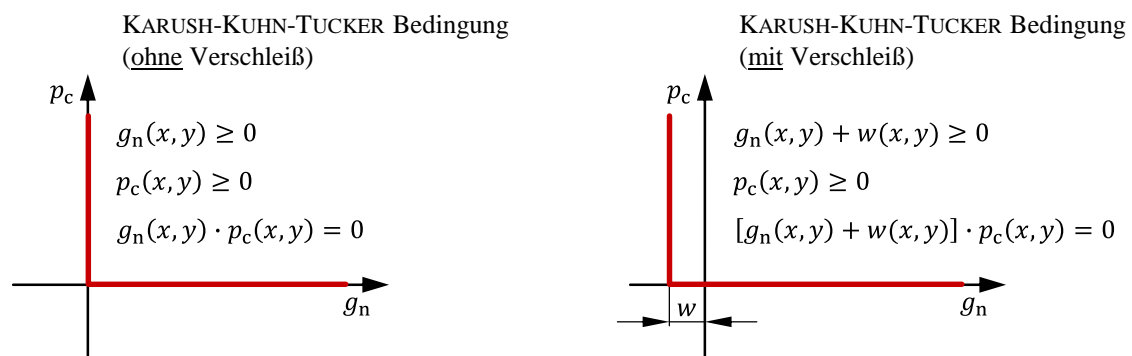
Bild 3 zeigt den schematischen Simulationsablauf der numerischen Verschleißmodellierung im Grenzreibungsgebiet.



**Bild 3: Simulationsablauf (Grenzreibung)**

##### 4.1. Kontaktmodell

Im Gegensatz zu dem EHD-basierten *Load-Sharing*-Konzept der Mischreibungssimulation wird im Bereich der Grenzreibung ein FEM-basiertes Kontaktmodell zur Berechnung der Kontaktdrücke eingesetzt. Hierbei wird – analog zur FEM-basierten EHD-Modellierung nach HABCHI [18] – ein Ersatzkörper definiert, welcher die äquivalenten mechanischen Eigenschaften von Grund- und Gegenkörper besitzt. Dieser wird mit einer starren Freiformfläche kontaktiert, welche wiederum die äquivalente Geometrie von Grund- und Gegenkörper aufweist.



**Bild 4: Verschleißbedingte Modifikation der KARUSH-KUHN-TUCKER-Bedingung**

Die Berücksichtigung der verschleißbedingten Profiländerung in der Kontaktsimulation erfolgt über eine Adaption der Kontaktbedingungen in Form der in Bild 4 dargestellten KARUSH-KUHN-TUCKER-Bedingungen.

##### 4.2. Verschleiß-Modell

Als Verschleißmodell wird – wie auch bei der Verschleißmodellierung im Mischreibungsgebiet – auf das Modell nach ARCHARD zurückgegriffen. Anstelle des Festkörperkontaktdrucks wird jedoch der gesamte, durch das in Abschnitt 4.1 vorgestellte Kontaktmodell, ermittelte Kontaktdruck für die Verschleißberechnung herangezogen.

## 5. Ergebnisse

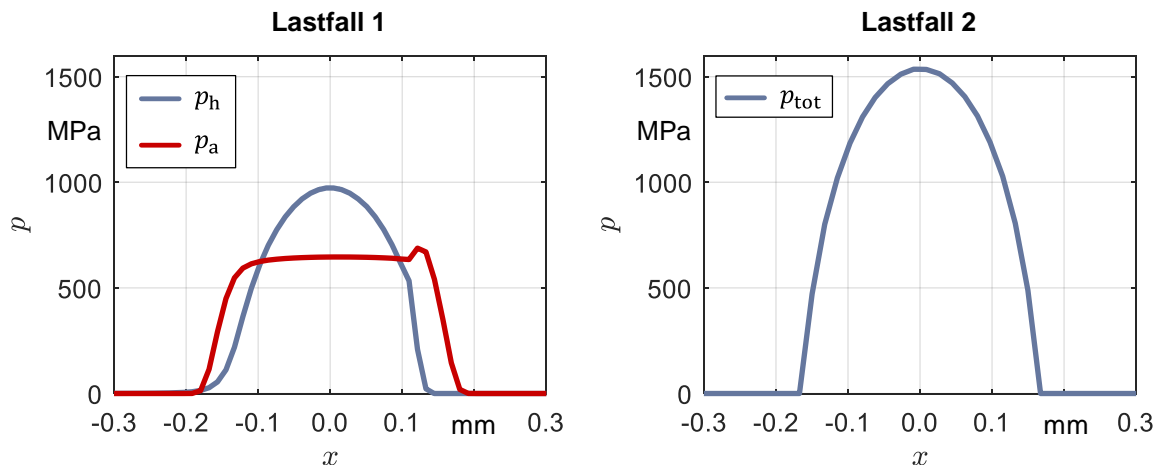
In diesem Abschnitt werden exemplarische Simulationsergebnisse für zwei unterschiedliche Betriebsbedingungen des Axial-Zylinderrollenlagers 81212 diskutiert. Eine Übersicht der untersuchten Lastfälle kann Tabelle 1 entnommen werden.

**Tabelle 1: Simulierte Lastfälle**

	Lastfall 1 (Mischreibung)	Lastfall 2 (Grenzreibung)
<i>Axiallast</i>	50 kN	50 kN
<i>Drehzahl</i>	500 min <sup>-1</sup>	100 min <sup>-1</sup>
<i>Betriebsdauer</i>	10 h	50 h
<i>Schmierstoff</i>	FVA 1 (40 °C)	FVA 1 (40 °C)

Damit resultieren für beide Lastfälle jeweils 2.250.000 Überrollungen pro Lagerscheibe. Für Lastfall 1 ergibt sich ein Schmierfilmdickenparameter von  $\lambda \approx 0,6$ , bei Lastfall 2 beträgt dieser  $\lambda \approx 0,2$ . Nach numerischen Untersuchungen von TERWEY [20] findet der Übergang zwischen Misch- und Grenzreibung für das betrachtete Axial-Zylinderrollenlager etwa bei einem Schmierfilmdickenparameter von  $\lambda \approx 0,35$  statt.

Bild 5 veranschaulicht den anfänglichen Verlauf von hydrodynamischem Druck und Festkörperkontaktdruck für Lastfall 1 bzw. den Verlauf des gesamten Kontaktdrucks für Lastfall 2 in der Wälzkörpermitte.



**Bild 5: Initialer Druckverlauf ( $t = 0$ )**

Die Verteilung des Gesamtdrucks über dem Kontaktgebiet jeweils zu Beginn und zum Ende der Simulation zeigt Bild 6. Nach 10 Stunden Laufzeit im Falle des Betriebs im Mischreibungsgebiet bzw. nach 50 Stunden Laufzeit im Falle des Betriebs im Grenzreibungsgebiet ist eine deutliche Drucküberhöhung im Zentrum des Kontakts erkennbar. Diese ist beim grenzreibungsbehafteten Kontakt (Lastfall 2) stärker ausgeprägt als im Bereich der Mischreibung (Lastfall 1).

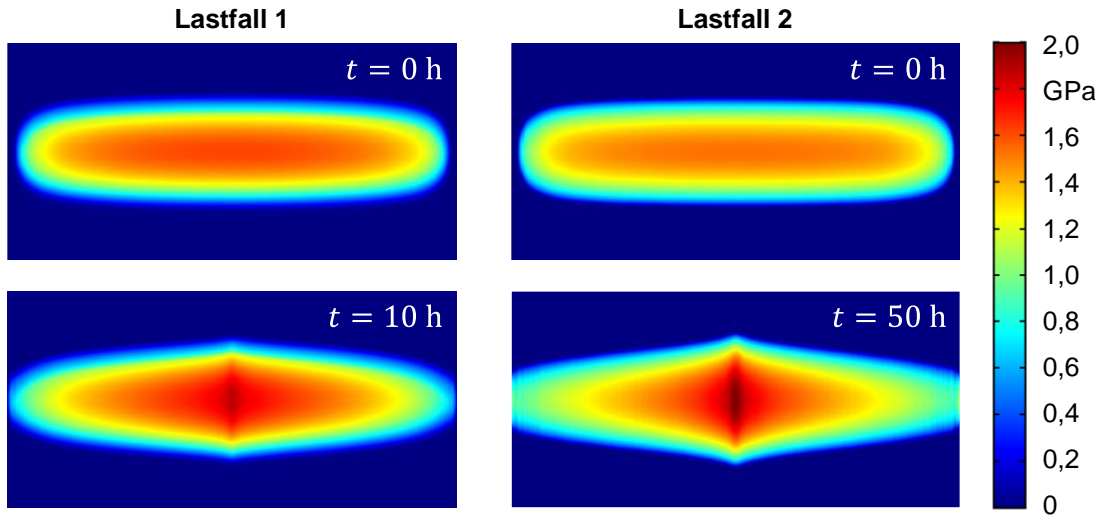


Bild 6: Gesamtdruck (zu Beginn und am Ende der Simulation)

Der Grund für die Drucküberhöhung liegt in dem in Bild 7 dargestellten Verläufen der Verschleißtiefen. Diese resultieren aus der Überlagerung von Kontaktdruck und Gleitgeschwindigkeit. Während in der Wälzkörpermitte reines Rollen auftritt, nimmt der Schlupfanteil jeweils nach außen und innen in radialer Richtung linear zu. Die etwas höheren Verschleißtiefen an den inneren Kontakthälften (negative y-Richtung) der Lagerscheiben erklärt sich durch die Aufteilung des Verschleißvolumens auf einen kleineren Umfang im Vergleich zu den Außenseiten.

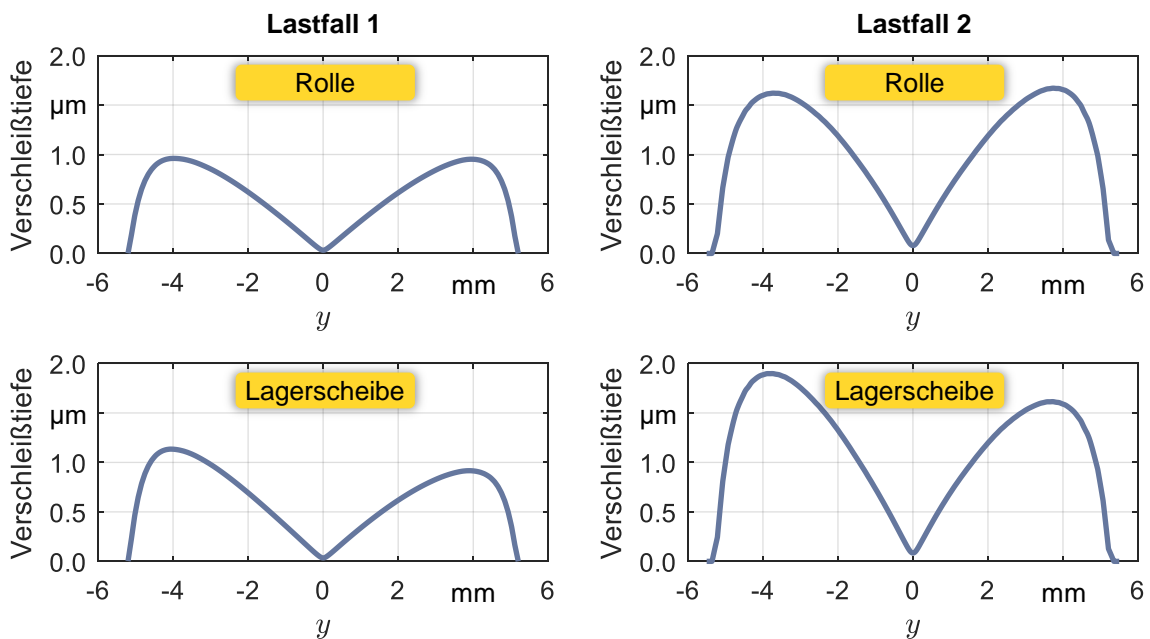


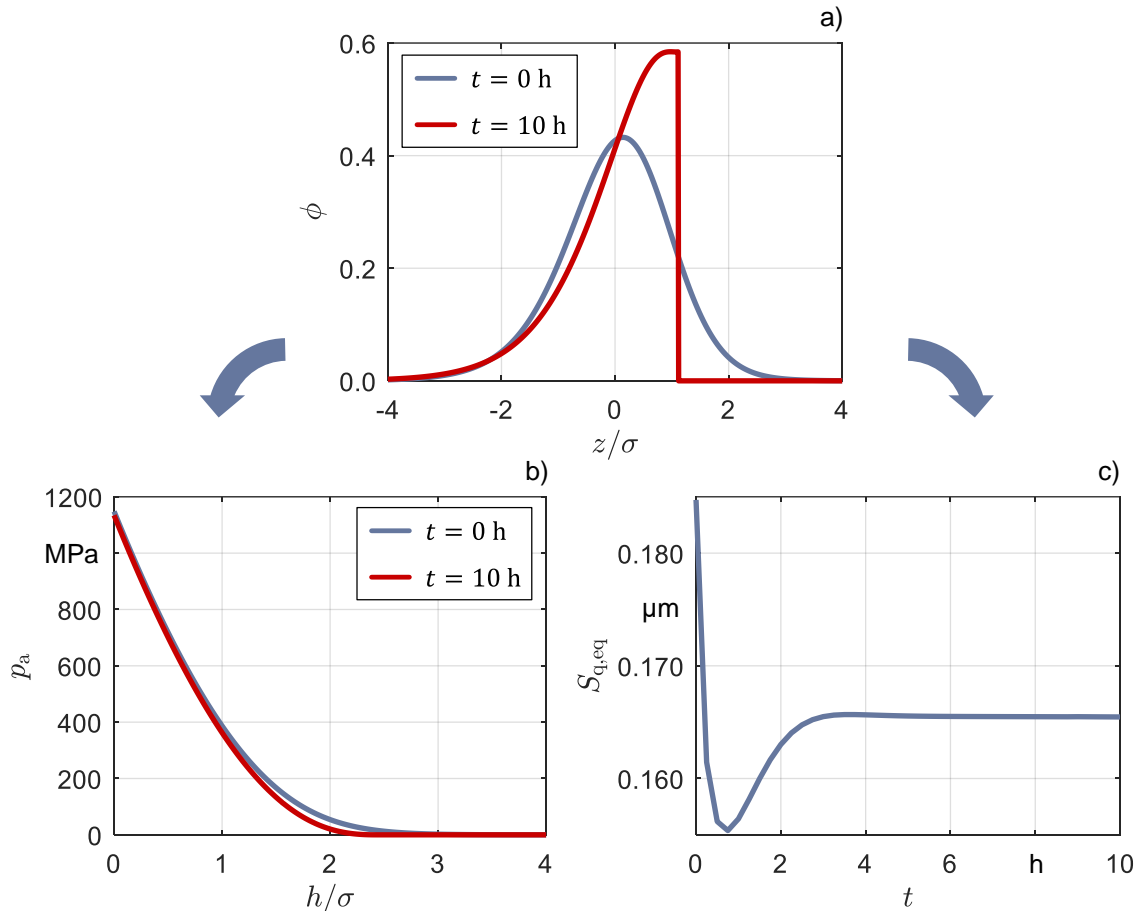
Bild 7: Resultierende Verschleißtiefen an Lagerscheiben und Wälzkörpern

Insgesamt ergeben sich damit die in Tabelle 2 zusammengefassten Verschleißmassen beider Lagerscheiben und aller 15 Wälzkörper.

Tabelle 2: Verschleißmassen am Ende der Simulation

	Lastfall 1	Lastfall 2
Verschleißmasse	51 mg	94 mg

Anhand von Bild 8 werden abschließend noch die Ergebnisse des stochastischen Kontaktdruckmodells sowie des Oberflächentopographiemodells nach SUGIMURA und KIMURA verdeutlicht.



**Bild 8: Ergebnisse der Verschleißsimulation im Mischreibungsbereich:**  
a) Dichtefunktionen, b) Festkörperkontaktdruckkurven, c) Oberflächenrauheit

In Bild 8 a) ist die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des Oberflächenprofils zu Beginn (blau) und am Ende der Simulation (rot) dargestellt. Anhand der Dichtefunktionen wurden die in Bild 8 b) dargestellten Festkörperkontaktdruckkurven ermittelt. Hieraus wird ersichtlich, dass sich der Übergang von einem Zustand der Vollschrimerung zum Bereich der Mischreibung durch die verschleißbedingte Einglätung der Oberfläche hin zu geringeren Schmierfilmhöhen verschiebt. Weiterhin ist in Bild 8 c) der zeitliche Verlauf des Mittenrauheitswertes (der äquivalenten rauen Oberfläche) dargestellt. In diesem Fall ist nach etwa 3 Stunden ist keine Änderung der Oberflächenrauheit bzw. der Dichtefunktion mehr festzustellen.

## 6. Zusammenfassung und Ausblick

Das in diesem Beitrag vorgestellte Simulationsmodell ermöglicht eine detaillierte Verschleißberechnung von Wälzkontakten, welche sowohl im Misch- als auch Grenz- oder Trockenreibungsgebiet betrieben werden. Neben Axial-Zylinderrollenlagern lassen sich ebenfalls weitere Wälzlagerarten und andere Maschinenelemente, wie beispielsweise Getriebe oder Nocken-Stößel-Kontakte berechnen. Um verlässliche quantitative Aussagen über den Verschleiß treffen zu können, ist allerdings die für das jeweilige betrachtete System adäquate Bestimmung des Verschleißkoeffizienten  $k$  unabdingbar. Zukünftige Forschungsarbeiten sollten sich deshalb verstärkt auf diesen Aspekt konzentrieren.



## 7. Literatur

- [1] WINKLER, A.; MARIAN, M.; TREMMEL, S.; WARTZACK, S.: Numerical Modeling of Wear in a Thrust Roller Bearing under Mixed Elastohydrodynamic Lubrication. *Lubricants*. Bd. 8 (2020) Nr. 5, S. 58/1–58/21.
- [2] PÖDRA, P.; ANDERSSON, S.: Wear simulation with the Winkler surface model. *Wear*. Bd. 207 (1997) 1-2, S. 79–85.
- [3] ARCHARD, J. F.; HIRST, W.: The wear of metals under unlubricated conditions. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. Bd. 236 (1956) Nr. 1206, S. 397–410.
- [4] PÖDRA, P.; ANDERSSON, S.: Simulating sliding wear with finite element method. *Tribology International*. Bd. 32 (1999) Nr. 2, S. 71–81.
- [5] HEGADEKATTE, V.; KURZENHÄUSER, S.; HUBER, N.; KRAFT, O.: A predictive modeling scheme for wear in tribometers. *Tribology International*. Bd. 41 (2008) Nr. 11, S. 1020–1031.
- [6] SFANTOS, G. K.; ALIABADI, M. H.: A boundary element formulation for three-dimensional sliding wear simulation. *Wear*. Bd. 262 (2007) 5-6, S. 672–683.
- [7] ANDERSSON, J.; ALMQVIST, A.; LARSSON, R.: Numerical simulation of a wear experiment. *Wear*. Bd. 271 (2011) 11-12, S. 2947–2952.
- [8] LIU, S.; WANG, Q.; LIU, G.: A versatile method of discrete convolution and FFT (DC-FFT) for contact analyses. *Wear*. Bd. 243 (2000) 1-2, S. 101–111.
- [9] MORALES-ESPEJEL, G. E.; GABELLI, A.: Rolling bearing seizure and sliding effects on fatigue life. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. Bd. 233 (2019) Nr. 2, S. 339–354.
- [10] ZHU, D.; MARTINI, A.; WANG, W.; HU, Y.; LISOWSKY, B.; WANG, Q. J.: Simulation of Sliding Wear in Mixed Lubrication. *Journal of Tribology*. Bd. 129 (2007) Nr. 3, S. 544–552.
- [11] TERWEY, J. T.; BERNINGER, S.; BURGHARDT, G.; JACOBS, G.; POLL, G.: Numerical Calculation of Local Adhesive Wear in Machine Elements Under Boundary Lubrication Considering the Surface Roughness. In: ABDEL WAHAB, M. (Hrsg.): *Proceedings of the 7th International Conference on Fracture Fatigue and Wear. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Singapore: Springer, 2019, S. 796–807.
- [12] TERWEY, J. T.; FOURATI, M. A.; PAPE, F.; POLL, G.: Energy-Based Modelling of Adhesive Wear in the Mixed Lubrication Regime. *Lubricants*. Bd. 8 (2020) Nr. 2, S. 16/1–16/15.
- [13] HAMROCK, B. J.; SCHMID, S. R.; JACOBSON, B. O.: *Fundamentals of Fluid Film Lubrication*. 2. Auflage. New York: Marcel Dekker, 2004.
- [14] BEHESHTI, A.; KHONSARI, M. M.: An engineering approach for the prediction of wear in mixed lubricated contacts. *Wear*. Bd. 308 (2013) 1-2, S. 121–131.
- [15] KOGUT, L.; ETSION, I.: A Static Friction Model for Elastic-Plastic Contacting Rough Surfaces. *Journal of Tribology*. Bd. 126 (2004) Nr. 1, S. 34–40.
- [16] ZHANG, Y.; KOVALEV, A.; HAYASHI, N.; NISHIURA, K.; MENG, Y.: Numerical Prediction of Surface Wear and Roughness Parameters During Running-In for Line Contacts Under Mixed Lubrication. *Journal of Tribology*. Bd. 140 (2018) Nr. 6, S. 061501/1–061501/13.
- [17] SUGIMURA, J.; KIMURA, Y.; AMINO, K.: Analysis of the Topographical Changes Due to Wear — Geometry of the Running-In Process. *Journal of Japan Society of Lubrication Engineers*. Bd. 31 (1986) Nr. 11, S. 813–820.
- [18] HABCHI, W.: *Finite Element Modeling of Elastohydrodynamic Lubrication Problems*. Hoboken: Wiley, 2018.
- [19] GREENWOOD, J. A.; WILLIAMSON, J. B. P.: Contact of Nominally Flat Surfaces. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. Bd. 295 (1966) Nr. 1442, S. 300–319.
- [20] TERWEY, J. T.: *Näherungslösungen für Reibung und Verschleiß in ölgeschmierten Wälzkontakten unter Berücksichtigung der realen Rheologie*. Dissertation, Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover, 2020.

**Autorenanschrift**

Andreas Winkler, M.Sc.  
Dr.-Ing. Marcel Bartz  
Prof. Dr.-Ing. Sandro Wartzack

Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg  
Lehrstuhl für Konstruktionstechnik (KTmfk)  
Martensstraße 9  
91058 Erlangen

**Kontakt:** [winkler@mfk.fau.de](mailto:winkler@mfk.fau.de)